

# OPAKOVANIE – VÝROKY A MNOŽINY

## VÝROKY

**Výrok** je každá oznamovacia veta, o ktorej má zmysel hovoriť, či je pravdivá alebo nie je.

Výroky označujeme veľkými písmenami  $\rightarrow A, B, \dots, Z$ .

Opytovacie alebo rozkazovacie vety nemôžu byť výroky, nakoľko nevieme určiť ich pravdivostnú hodnotu.

**Úsudok** je logická operácia, myšlienkový postup, pri ktorom sa z jedného alebo niekoľkých súdov, nazvaných premisami úsudku, vyvodzuje nový súd (záver alebo dôsledok), logicky vyplývajúci z premís. Prechod od premís k záveru sa uskutočňuje podľa nejakého logického pravidla (odvodenie)

**Hypotéza:** Na základe úsudku vieme vyvodiť nejakú hypotézu. Hypotéza je nejaké tvrdenie, o ktorom nevieme v súčasnosti rozhodnúť, či je pravdivé. Hypotéza sa stane výrokom, keď ju dokážeme.

Zápisy obsahujúce aspoň 1 premennú nazývame **výrokové formy (napr.  $X > 39$ )**. Výrokové formy nie sú výroky, ale sa nimi stanú, keď za premennú dosadíme číslo:

Výroky delíme na základe:

**Pravdivostnej hodnoty** na:

**Pravdivý výrok** – pravdivostná hodnota výroku je pravda a označujeme ju „1“

**Nepravdivý výrok** – pravdivostná hodnota výroku je nepravda a označujeme ju „0“

**Zložitosti** na:

**Jednoduchý výrok** – sú vety, ktoré vyjadrujú jednu myšlienku, tvoria jednu vec.

Napr.: *Každá rovnica má riešenie.*

**Zložený výrok** – sú spojenia jednoduchých výrokov pomocou spojok.

Napr.: *Každá rovnica má riešenie alebo nemá riešenie.*

**Logické spojky** sú spojky a ustálené slovné spojenia, ktoré slúžia na spájanie výrokov a vytvárajú sa pomocou nich zložené výroky, t.j. konjunkcia, disjunkcia (alternatíva), implikácia, ekvivalencia, tautológia, kontraindikácia

### Zložené výroky a operácie s nimi:

**Konjunkcia ( $A \wedge B$ )** je spojenie dvoch výrokov pomocou spojok **a, aj, i, len, a súčasne**. Má hodnotu pravda, ak oba výroky majú hodnotu pravda, resp. ak aspoň jeden z výrokov má hodnotu nepravda, tak aj konjunkcia má hodnotu nepravda. Napr.: *Naučím sa všetky otázky a spravím skúšku.*

**Disjunkcia ( $A \vee B$ )** je spojenie dvoch alebo viacerých výrokov pomocou spojky **alebo**. Má hodnotu pravda, ak aspoň jeden z výrokov je pravdivý a nepravdivú hodnotu práve vtedy ak sú všetky výroky nepravdivé.

Napr.: *Naučím sa otázky alebo nepôjdem na skúšku.*

- **Špeciálny prípad: Ostrá disjunkcia  $A \underline{\vee} B$**  - zloženie dvoch výrokov slovným spojením buď, alebo. Je pravdivá ak je pravdivý práve jeden z výrokov (nazývame aj vylučujúce sa podmienky)

**Implikácia ( $A \Rightarrow B$ )** je spojenie dvoch alebo viacerých výrokov pomocou výrazov **ak – tak, ak – potom**. Má hodnotu pravda za podmienky, že aspoň jeden z výrokov  $A'$  ( $A$  negované),  $B$  je pravdivý. Napr.: *Ak sa naučím všetky otázky, tak pôjdem na skúšku.*

- **Obmenená implikácia :**  $B' \Rightarrow A'$  Implikácia a jej obmena majú vždy rovnakú pravdivostnú hodnotu.
- **Obrátená implikácia :**  $B \Rightarrow A$  Implikácia a obrátená implikácia nemusia mať rovnakú pravdivostnú hodnotu.

**Ekvivalencia ( $A \Leftrightarrow B$ )** je spojenie dvoch alebo viacerých výrokov pomocou výrazov **práve vtedy keď, vtedy a len vtedy, je ekvivalentné**. Ekvivalencia je pravdivá vtedy, ak majú výroky rovnakú pravdivostnú hodnotu. Napr.: *Na skúšku pôjdem vtedy a len vtedy, keď sa naučím všetky otázky.*

**Tautológia** je zložený výrok, ktorý má pravdivostnú hodnotu 1 bez ohľadu na východiskové výroky.

**Kontraindikácia** je zložený výrok, ktorý má pravdivostnú hodnotu 0 bez ohľadu na východiskové výroky.

### Negácia výroku

Je popretie výroku, negáciou výroku  $A$  je výrok  $A'$ , ktorý popiera to, čo tvrdí výrok  $A$ , čiže má opačnú pravdivostnú hodnotu ( ak má výrok  $A$  pravdivostnú hodnotu 1, výrok  $A'$  má pravdivostnú hodnotu 0, ak má výrok  $A$  pravdivostnú hodnotu 0, výrok  $A'$  má pravdivostnú hodnotu pravda 1)

Negácia výroku sa tvorí najmä pomocou spojenia: **ne- , nie je....., nie je pravda, že...**

### Tabuľka negácií:

Výrok $V$	Negácia $V'$
každý ... je...	aspoň jeden ... nie je ...
žiadny (nijaký) ... nie je	aspoň jeden ... je ...
aspoň $k$ ľudí ... je ...	najviac $(k - 1)$ ľudí ... je ...
najviac $k$ ľudí ... je ...	aspoň $(k+1)$ ľudí ... je ...
práve $k$ ľudí...je	Najviac $(k - 1)$ alebo aspoň $(k+1)$ ľudí...je....

### Tabuľka pravdivostných hodnôt

A	B	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \Rightarrow B$	$A \Leftrightarrow B$
1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0
0	1	0	1	1	0
0	0	0	0	1	1

### Pravidlá negácie zložených výrokov (de MORGANOVE pravidlá)

- $(A \wedge B)' \Leftrightarrow A' \vee B'$
- $(A \vee B)' \Leftrightarrow A' \wedge B'$
- $(A \Rightarrow B)' \Leftrightarrow A \wedge B'$
- $(A \Leftrightarrow B)' \Leftrightarrow (A \wedge B') \vee (A' \wedge B)$

### Kvantifikátory

sú slovné väzby, ktoré obsahujú premenné a udávajú počet alebo odhad počtu hodnôt premennej, pre ktoré niečo platí alebo neplatí. Ide o prvky **každý**, **existuje aspoň jeden**, **práve jeden**, **najviac dva**, **žaden...**

Delíme ich na:

- **existenčný kvantifikátor** s označením  $\exists$ . Zaraďujeme sem spojenia **existuje práve**, **aspoň**, **najviac**, **práve**
- **všeobecný kvantifikátor** s označením  $\forall$ . Zaraďujeme sem spojenia **každý**, **pre všetky**, **pre každý**, **žaden**, **nikto**, **všetci**.

## MNOŽINY

**Množina** je súhrn prvkov, ktoré môžu, ale nemusia mať spoločnú vlastnosť.

Množina môže byť **konečná** alebo **nekonečná**.

$$A = \{a, c, d\}$$

$$|A| = 3$$

$$N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

Prázdna množina  $\emptyset$  - neobsahuje žiadny prvok.

### Určenie množín

Množiny určujeme:

1. **Vymenovaním prvkov:**  $N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$
2. **Charakteristickou vlastnosťou:**  $A = \{2k; k \in N\}$
3. **Operáciou s inými množinami:**  $A = B \cap C$

### Vzťahy medzi množinami

**Rovnosť množín**  $A = B$

Množina  $A = B$  práve vtedy, ak množina  $A$  obsahuje práve tie isté prvky ako množina  $B$ .

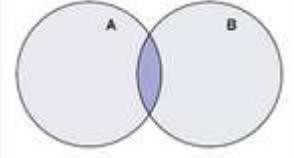
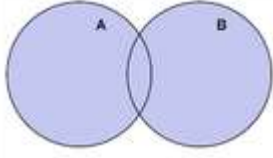
**Podmnožina**  $A \subset B$

Množina  $A$  je podmnožinou množiny  $B$  práve vtedy, ak každý prvok z množiny  $A$  patrí zároveň aj do množiny  $B$ .

### Množinové operácie

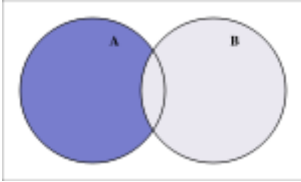
**Zjednotenie množín**  $A \cup B$  je množina všetkých prvkov, ktoré patria aspoň do jednej z množín  $A$  alebo  $B$ .

**Priek množín**  $A \cap B$  je množina všetkých prvkov, ktoré patria do množiny  $A$  a zároveň do množiny  $B$ .



Množiny nazývame disjunktné, ak nemajú spoločné prvky, ich prienik je prázdna množina:  $A \cap B = \emptyset$

**Rozdiel množín**  $A - B$  je množina všetkých prvkov, ktoré patria množine A, ale nepatria množine B.



**Doplnok množiny** A do množiny B je množina všetkých prvkov množiny B, ktoré nepatria množine A. Je to aj rozdiel  $B - A$

